Jean-Nicolas Maisonnier
30 mars 2013 (revA le 22 janvier 2015 concernant la page 1)

Modélisation du principe de variété maximale

1. Présentation du travail de Julian Barbour et Lee Smolin

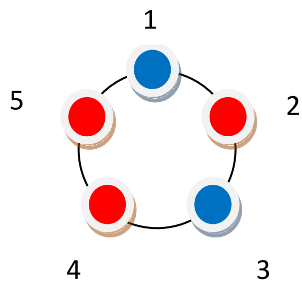
Leibniz[1] imagine que le monde est fait d'une multitude de monades individuelles (« substances simples sans partie ») toutes différentes les unes des autres. Leurs différences ne résulteraient pas de leurs caractéristiques internes, mais des perceptions que chaque monade a des autres. Ce qui fait l'identité de l'une est sa façon spécifique d'être en relation aux autres. Leibniz a émis l'idée qu'il y aurait dans la nature un principe d'individualisation et de maximisation de la variété.

Il y a une vingtaine d'année deux chercheurs en physique théorique, Julian Barbour et Lee Smolin ont été séduits par cette idée et ils ont cherché à modéliser mathématiquement ce principe de maximisation de la variété[2].

Pour illustrer cela, ils ont imaginé des trous disposés en cercle dans lesquels on peut mettre des boules rouges et des boules bleus.

Chaque boule ainsi disposée est caractérisée, ni par sa place ni par sa couleur, mais par la relation qu'elle a avec ses voisines : « Mes voisines sont-elles de même couleur que moi ou non ? Sont-elles Semblable à moi (S) ou Différente de moi (D) ?

Figure 1



Ainsi, la Boule 1 (Bleu) est entourée de deux boules Différentes (Rouge), sa caractéristique de rang 1 peut se noter **D-x-D** (Différent d'un coté et Différent de l'autre coté). Si on regarde aussi ses voisins de rang 2, sa caractéristique est :

Boule 1	**D-D-x-D-S**
La Boule 2 :	**S-D-x-D-S**
La Boule 3 :	**S-D-x-D-D**

Si on ne tient pas compte de l'ordre de lecture (voisins de droite puis de gauche ou voisins de gauche puis de droite), on s'aperçoit que la caractéristique de la boule 3 est la même que celle de la boule 1. Il faut examiner les voisins de rang 3 pour voir si on peut différencier ces deux boules :

Carte d'identité (de rang 3) de la Boule 1 :	**S-D-D-x-D-S-D** **(erreur corrigée le 22/1/15)**
Carte d'identité (de rang 3) de la Boule 3 :	**D-S-D-x-D-D-S**

On ne peut toujours pas les différencier en examinant leur voisinage de rang 3. On dira que ces deux boules ont une « Similitude » **$SIM_{13} > 3$**

[1] Rédigée en français en 1714 et non publiée du vivant de l'auteur, la *Monadologie* représente une des dernières étapes de la pensée de Leibniz

[2] The Deep and Suggestive Principles of Leibnizian Philosophy – Julian Barbour – The Havard Review of Philisophy – XI 2003 – Disponible sur le Site www.platonian.com

On voit que ertains couples ont des cartes d'identités identiques quelque soit la profondeur d'examen de leur voisinage. C'est ce qui se passe pour le couple des boules 4 et 5 :

Boule 4 :	-	**S-S-D-S-D-S-x-D-S-D-S-S-D**
Boule 5		**D-S-S-D-S-D-x-S-D-S-D-S-S**

Leurs cartes d'identité, - étant miroir l'une de l'autre -, sont considérées comme indiscernables et on dira que la boule 4 est identique à la boule 5, leur « Similitude » est infinie :

$$SIM_{45} = \infty$$

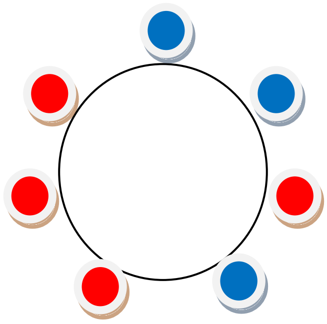
La « similitude » totale de la configuration de la figure 1 étant par définition la somme des similitudes de chaque couple (soit une somme de N(N-1)/2 termes) :

$$SIM = \sum_{i<j} SIM_{ij}$$

Elle est dans ce cas infinie. La Variété étant par définition l'inverse de la Similitude, elle est dans ce cas nulle.

On montre facilement que pour un nombre de boules inférieur à 7, toutes les configurations possibles contiennent des paires de boules « identiques ».

Pour N=7, Julian Barbour et Lee Smolin n'ont trouvé qu'une seule configuration « Leibnizienne », où toutes les boules ont une carte d'identité différente, avec un minimum de signes inscrit sur leur carte.



Configuration gagnante à 7 boules :

Représentation linéaire (en figurant arbitrairement par 1 les boules bleus et par 0 les boules rouges) :

1101000

Il y a 21 couples : quatorze ont une similitude de 1, six une similitude de 2 et un seul une similitude de 3, soit une similitude totale de 29.

Julian Barbour et Lee Smolin ont fait des calculs jusqu'à N = 27 boules (cas qui leur a demandé 3 jours d''itérations sur leur ordinateur de bureau).

Souvent la configuration qui maximise la variété (et qui minimise la similitude) n'est pas unique ; par exemple pour N=14 il y en a neuf, pour N=15 trois, pour N=22 quatre. Pour N=24, il n'y en a qu'une, la voici :

Configuration gagnante à 24 boules

Représentation linéaire :

111001001010100010000000

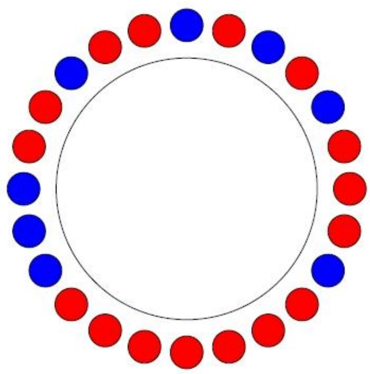


Fig. 1. The most varied two-colour (dark-light) 24-slot universe.

Julian Barbour a remarqué que les configurations gagnantes présentaient des similarités : une importante suite de 0 (sept dans le cas ci-dessus) entourée d'une part d'un 1 unique et d'autre part de deux ou trois 1.

2 – Ma piste de recherche

Prenant connaissance de ce travail en janvier 2013, j'ai fait le lien avec les recherches de Xavier Sallantin sur l'arithmétique sous-jacente au codage génétique. J'ai remarqué que dans les exemples cités par l'article de Julian Barbour, les configurations optimales étaient composées de suites monocolores de boule dont la longueur était **presque toujours un nombre premier** (1, 2, 3, 7). J'en ai fait la remarque à J. Barbour. Notre correspondance (cf. Annexe 1) m'a encouragé à poursuivre l'idée que cette modélisation pouvait être utile pour rendre compte des arithmétiques boguées de la TGS[3].

En effet cette modélisation a des règles qui ressemblent à celle de la **topoarithmétique** de Xavier Sallantin :

1. Pas de valeur absolue accordée à la couleur de la boule, mais détection de la différence.
2. Non discernement entre la droite et la gauche (homochiralité)
3. Egalité de poids de chaque position.

Cela m'incite à tester d'autres variantes de ce modèle de base, plus proches des hypothèses de la TGS concernant la **nucléoarithmétique** et la **bioarithmétique** pour laquelle la symétrie 2 est brisée.

J'ai mis au point un algorithme (Voir Ci-dessous) pour vérifier les résultats de J. Barbour et pour tenter de les prolonger au-delà de 27 boules. J'ai écrit un programme en NetLogo, un logiciel libre developpé par http://ccl.northwestern.edu/ et un autre avec Mathematica développé par Stephen Wolfram.

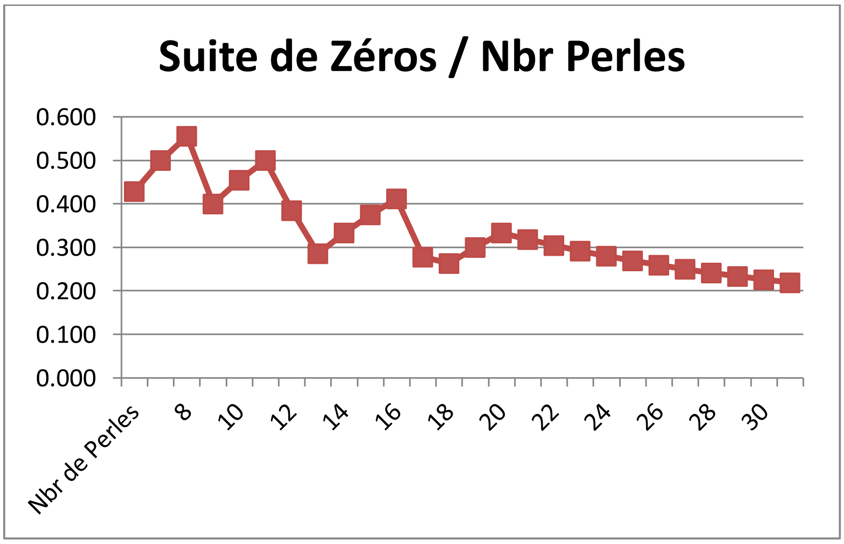
3- Résultats obtenus avec le modèle de base (celui de Barbour & Smolin)

Je suis arrivé à obtenir des résultats jusqu'à 32 boules (soit un examen de 2^{32} = 4 294 967 296 configurations qui a demandé environ 30 h de calculs à mon portable Dell inspiron équipé d'un processeur Core Duo T5450 de 1,66 Ghz (Indice de performance de 871).

Je confirme les résultats publiés de Barbour, sauf pour le collier de 14 perles où je trouve 8 configurations et non 9.

Je confirme aussi que :

1. Une longue suite de Zéros (dénomée « Space » par Barbour) occupe presque un tiers du collier
2. Cette suite est toujours entourée d'un coté d'un seul 1 et de l'autre de deux ou trois 1
3. Le reste du collier (dénomée « Body» par Barbour) semble imprévisible



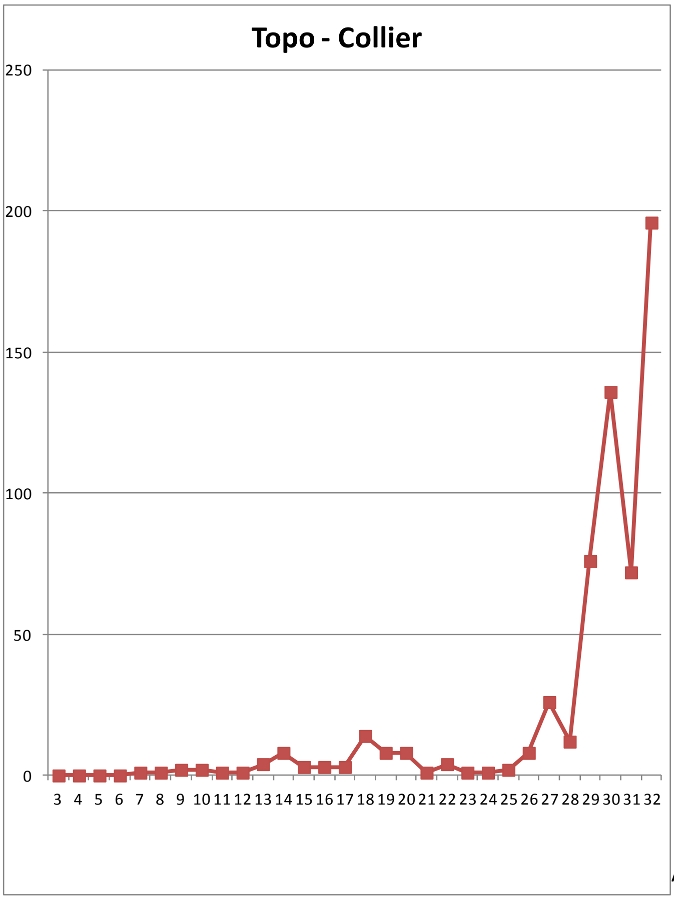
[3] TGS : Théorisation Générale du Sens de Xavier Sallantin – cf Site du Groupe Béna : www.groupebena.org

Modèle de base : TopoCollier (Détails en Annexe 2)

Nbr de Perles	N° du 1er Collier Gagnant	Forme du 1er Collier Gagnant	Nbr de colliers gagnants	Similitude
2				
3				
4				
5				
6				
7	11	1101000	1	29
8	11	11010000	1	38
9	11	110100000	2	48
10	11	1101000000	2	62
11	43	11010100000	1	74
12	43	110101000000	1	90
13	139	1101000100000	4	107
14	139	11010001000000	8	126
15	555	110101000100000	3	143
16	555	1101010001000000	3	164
17	555	11010100010000000	3	187
18	1187	110001010010000000	14	213
19	4443	1101101010001000000	8	237
20	4443	11011010100010000000	8	263
21	8871	111001010100010000000	1	291
22	18347	1101010111100010000000	4	323
23	70951	11100100101010001000000	1	353
24	70951	111001001010100010000000	1	384
25	146779	1101101010111100010000000	2	419
26	146779	11011010101111000100000000	8	457
27	607063	111010101001111011010000000	26	494
28	1221015	1110100110000101010010000000	12	532
29	2250507	11101001100001010100100000000	76	573
30	2250507	110100001110101001000100000000	136	616
31	8995671	1110101011000010100100010000000	72	656
32	17990487	11101010110000101001000100000000	196	701

Le collier a 24 perles est le dernier ayant qu'un seul gagnant. Le nombre de gagnants augmente ensuite de façon exponentiel.

La profondeur du voisinage à examiner varie de 3 à 5 (kmax)



4- Autres modélisations possibles du collier bi-perles.

On peut imaginer que le modèle représente un collier constitué de perles de deux couleurs. Dans le **modèle de base** on suppose que chaque perle du collier est capable detétecter si une couleur est différente ou non de la sienne, mais qu'elle ne sait pas communiquer sur sa propre couleur. « Tu as une couleur différente de la mienne, mais je ne sais pas quelles sont nos couleurs » (En codant les deux couleurs par 0 et 1, cela veut dire qu'il est possible de détecter une variation de 1 sans savoir s'il s'agit d'un +1 ou d'un -1). En adoptant la terminologie de la TGS, convenons d'appeler ce modèle ***Topo-Collier***

Une variante pourrait être que **les perles perçoivent aussi les couleurs**. On nommera ce modèle ***Nucléo-Collier*** . Chaque perle peut s'inclure ou non dans la liste des voisins, ce qui conduit à deux types de modèles.

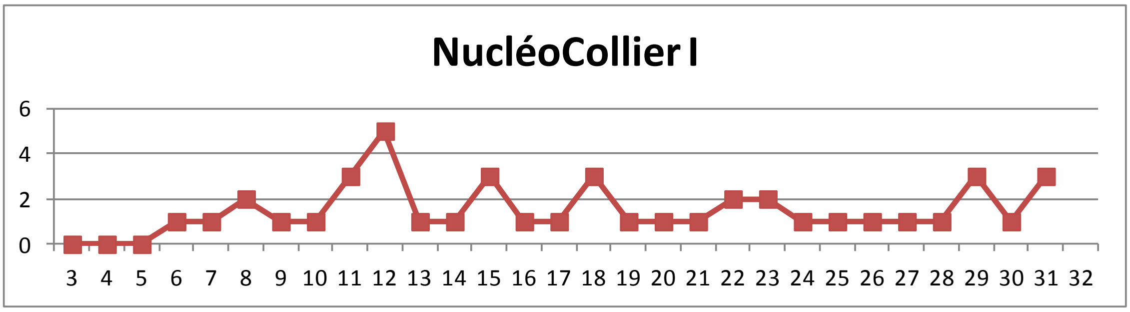
On peut ensuite supposer que le **Collier est orienté de sorte qu'il n'y ait plus ambiguité sur la droite et la gauche**. Ce n'est pas si simple ! Cela supose que toutes les perles soient comme des convives autour d'une table. Il faut qu'ils sachent discerner leur droite de leur gauche, qu'ils aient tous la tête au dessus de la table (et que la table soit plane !) et qu'ils regardent tous vers le centre (et qu'il n'y ait qu'un seul centre !). On parlera alors de ***Bio-Collier***. Les conditions ne sont pas évidentes à réaliser dans la nature : non maintenu, le collier peut se tordre et faire des boucles en huit, difficile alors de pointer le haut et le centre.

Variantes

	Critère d'identification	**La Perle 1 (en rouge) et ses voisins jusqu'au rang 4**	**Perles ayant même voisinage que la Perle 1**
Modèle de Base TopoCollier	Mon voisin est-il Semblable à moi ou Différent de moi ?	0-0111	0-0111 1-1000
NucléoCollier de type I	Mon voisin est-il un 0 ou un 1 ? L'autre perle est identique à moi si elle a le même voisinage, mais pas forcément ma couleur.	0-0111	0-0111 1-0111
NucléoCollier de type II	L'autre perle est identique à moi si elle a le même voisinage et la même couleur que moi.	0-0111	0-0111
BioCollier de type I	NucléoColier de Type I discrimant sa droite de sa gauche.	0101-0-0111	0101-0-0111 0101-1-0111
BioCollier de type II	NucléoColier de Type II discrimant sa droite de sa gauche.	0101-0-0111	0101-0-0111

Nucléo Collier de Type I (Détails en Annexe 2-1)

Nbr de Perles	N° du 1er Collier Gagnants	Forme du 1er Collier Gagnant	Nbr de colliers gagnants	Similitude
3				
4				
5				
6	11	110100	1	22
7	11	1101000	1	29
8	23	11101000	2	37
9	43	110101000	1	49
10	171	1101010100	1	60
11	87	11101010000	3	76
12	87	111010100000	5	87
13	183	1110110100000	1	108
14	699	11011101010000	1	125
15	699	110111010100000	1	144
16	2743	1110110101010000	1	165
17	2743	11011010101000000	1	187
18	5487	111101010100100000	3	211
19	9567	1111101010100100000	1	236
20	19183	11110111010100100000	1	262
21	38267	110111101010100100000	1	289
22	76535	1110111101010100100000	2	319
23	152955	11011110101010100100000	2	351
24	305915	110111110101010100100000 {21511111111215}	1	384
25	562655	1111101110101001000100000 {513111121315}	1	418
26	568799	11111011101101010001000000 {51312111111416}	1	453
27	2250231	111011111010101001000100000 {31511111121315}	1	490
28	1485303	1110111110010101011010000000 {31521111112117}	1	528
29	2970615	11101111110010101011010000000	3	568
30	9262071	111011111100101010110001000000	1	608
31	9262071	1110111111001010101100010000000	3	651



Le nombre de gagnants demeure très faible : toujours inférieur ou égal à 3 sauf pour le collier de 12 perles qui admet 5 configurations gagnantes.

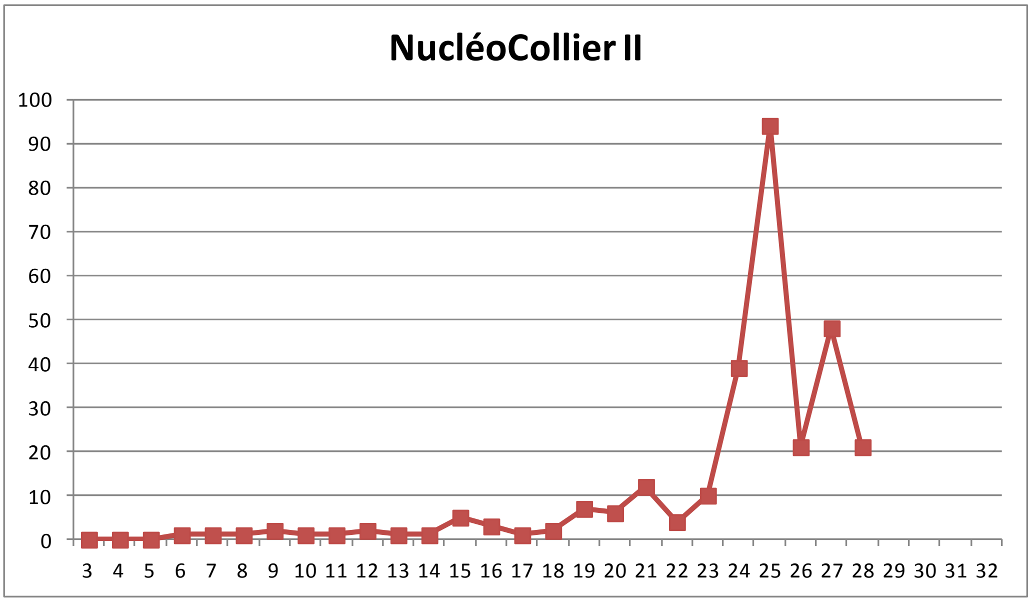
Certaines configurations gagnantes commencent par un singulet (une perle isolée), ce qui oblige à faire des recherches sur tous les nombres impaires (pas de 2).

La profondeur du voisinage à examiner varie de 3 à 5 (kmax)

Nucléo Collier de Type II (Détails en Annexe 2-2)

Nbr de Perles	N° du 1er Collier Gagnants	Forme des Gagnant	Nbr de colliers gagnants	Similitude
3				
4				
5				
6	11	110100 -{2112}	1	17
7	11	1101000 {2113}	1	23
8	23	11101000 {3113	1	30
9	23	111010000 {3114}	2	40
10	87	1110101000 {311113}	1	49
11	87	11101010000 {311114]	1	61
12	87	111010100000 {311115}	2	74
13	175	1111010100000 {411115}	1	88
14	351	11111010100000 {511115}	1	103
15	599	111010100100000 - {31111215}	5	121
16	1199	1111010100100000 {41111215}	3	138
17	2399	11111010100100000 {51111215}	1	156
18	4959	111110101100100000 {51112215}	2	176
19	9583	{1,1,1,1,0,1,1,0,1,0,1,0,0,1,0,0,0,0,0} {4121111215 }	7	197
20	19167	{1,1,1,1,1,0,1,1,0,1,0,1,0,0,1,0,0,0,0,0} {5121111215}	6	218
21	19167	111110110101001000000 {5121111216}	12	243
22	76511	1111101101010100100000 {512111111215}	4	267
23	76511	11111011010101001000000 {512111111216}	10	294
24	153023	111111011010101001000000 {612111111216 }	39	332
25	341471	1,1,1,1,1,0,1,1,1,0,1,0,1,1,0,0,1,0,1,0,0,0,0,0,0} {513111221116}	94	351
26	1157599	{1,1,1,1,1,0,1,1,1,0,0,1,0,1,0,1,1,0,0,0,1,0,0,0,0,0}	21	379
27	2304735	{1,1,1,1,1,0,1,1,0,1,0,1,0,1,0,0,1,1,0,0,0,1,0,0,0,0,0}	48	410
28	4631007	{1,1,1,1,1,0,1,1,1,0,0,1,0,1,0,1,0,1,1,0,0,0,1,0,0,0,0,0}	21	440
29	4631031			
30	9262071			
31	8995671			
32	17990487			

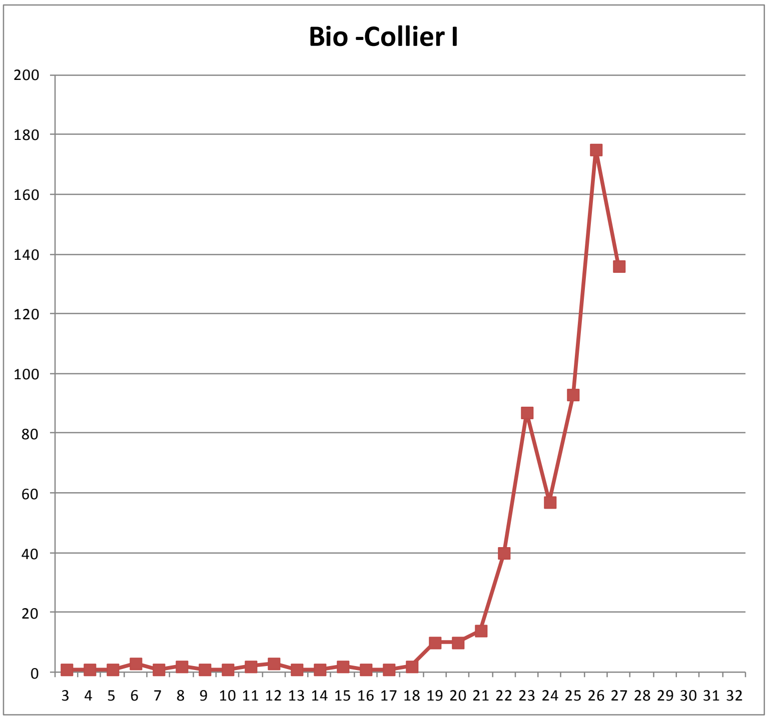
Le nombre de gagnants augmente à partir du collier à 24 perles avec un pic pour le collier à 25 perles.



<u>Bio Collier de Type I</u> <u>(Détails en Annexe 2-3)</u>

Nbr de Perles	N° du 1er Collier Gagnants	Forme des Gagnant	Nbr de colliers gagnants	Similitude
3	1	100 {111}	1	3
4	1	1000 {13]	1	7
5	5	10100 {1112}	1	11
6	3	110000 {24}	3	18
7	11	1101000 {2113}	1	24
8	23	11101000 {3113}	2	33
9	45	101101000 {112113}	1	42
10	93	1011101000 {113113}	1	53
11	107	11010110000 [211124}	2	65
12	107	110101100000 211125	3	79
13	605	1011101001000 11311213	1	93
14	635	11011110010000 214214	1	109
15	1259	110101110010000 21113214	2	126
16	1723	1101110101100000 21311125	1	144
17	1723	11011101011000000 21311126	1	165
18	10075	110110101110010000 2121113214	2	187
19	10075	1101101011100100000 2121113215	10	210
20	13775	11011101101011000000 2131211126	10	234
21	36535	111011010111000100000 3121113315	14	260
22	52919	1110110101110011000000 3121113226	40	287
23	105303	11101010110110011000000 311111212226	87	315
24	183991	{1,1,1,0,1,1,0,1,0,1,1,1,0,0,1,1,0,1,0,0,0,0,0,0}	57	344
25	371187	{1,1,0,0,1,1,1,1,1,0,0,1,0,1,0,1,1,0,1,0,0,0,0,0,0}	93	375
26	741051	{1,1,0,1,1,1,0,1,0,1,1,1,0,0,1,0,1,1,0,1,0,0,0,0,0,0	175	407
27	1457107	{1,1,0,0,1,0,1,1,1,1,0,1,1,1,0,0,0,1,1,0,1,0,0,0,0,0,0}	136	440
28				
29				
30				
31				

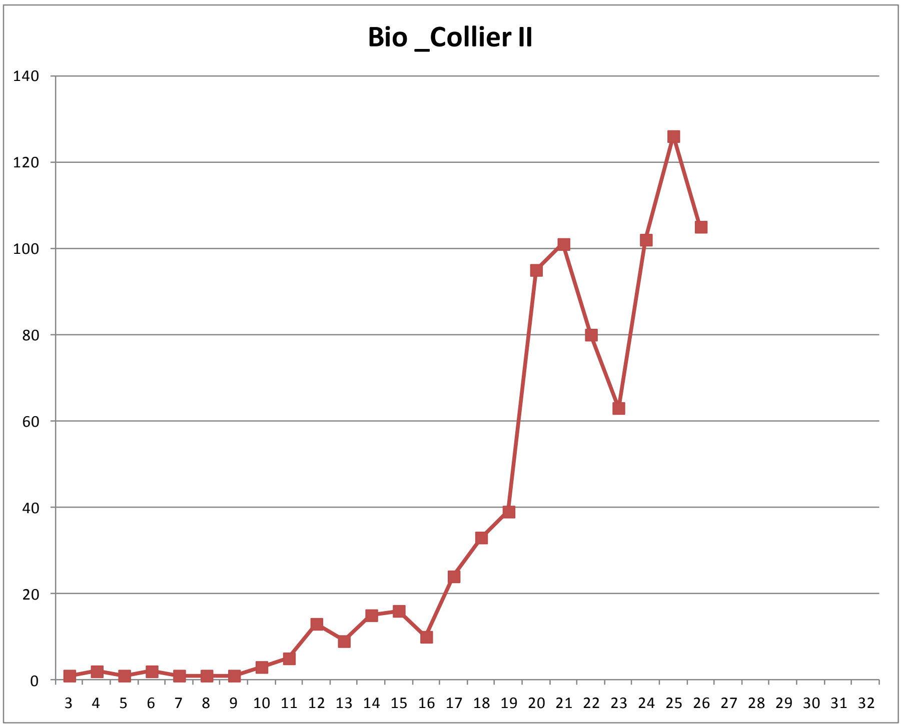
Le nombre de gagnants augmente brusquement à partir du cillier à 19 perles



Bio Collier de Type II (Détails en Annexe 2-4)

Nbr de Perles	N° du 1er Collier Gagnants	Forme des Gagnants	Nbr de colliers gagnants	Similitude
2	1	10	1	1
3	1	100	1	3
4	1	1000	2	6
5	3	11000	1	10
6	7	111000	2	15
7	11	1101000	1	21
8	23	11101000	1	28
9	23	111010000	1	37
10	47	1111010000	3	47
11	87	11101010000	5	58
12	151	111010010000	13	70
13	303	{1,1,1,1,0,1,0,0,1,0,0,0,0}	9	83
14	623	{1,1,1,1,0,1,1,0,0,1,0,0,0,0}	15	97
15	1207	{1,1,1,0,1,1,0,1,0,0,1,0,0,0,0	16	112
16	2415	{1,1,1,1,0,1,1,0,1,0,0,1,0,0,0,0}	10	128
17	2415	{1,1,1,1,0,1,1,0,1,0,0,1,0,0,0,0,0}	24	146
18	4831	{1,1,1,1,1,0,1,1,0,1,0,0,1,0,0,0,0,0	33	165
19	9583	{1,1,1,1,0,1,1,0,1,0,1,0,0,1,0,0,0,0,0}	39	185
20	19151	1,1,1,1,0,0,1,1,0,1,0,1,0,0,1,0,0,0,0,0}	95	206
21	38303	{1,1,1,1,1,0,0,1,1,0,1,0,1,0,0,1,0,0,0,0,0}	101	228
22	77023	{1,1,1,1,1,0,1,1,0,0,1,1,0,1,0,0,1,0,0,0,0,0	80	251
23	153199	{1,1,1,1,0,1,1,0,0,1,1,0,1,0,1,0,0,1,0,0,0,0,0}	63	275
24	306399	{1,1,1,1,1,0,1,1,0,0,1,1,0,1,0,1,0,0,1,0,0,0,0,0}	102	300
25	576223	{1,1,1,1,1,0,1,1,0,1,0,1,0,0,1,1,0,0,0,1,0,0,0,0,0}	126	327
26	1157599	{1,1,1,1,1,0,1,1,1,0,0,1,0,1,0,1,1,0,0,0,1,0,0,0,0,0}	105	355
27				
28				
29				
30				

Le nombre de gagnants augmente à partir du collier à 12 perles



5- Construction du modèle.

La composition d'un collier de N perles de deux couleurs différentes peut se représenter par un chiffre écrit en binaire, par exemple avec le signe 0 pour une perle rouge et le signe 1 pour la bleue, de sorte que la représentation du Collier N soit l'écriture binaire du nombre N. Il y a 2^n configurations possibles.

Par exemple pour n=14 perles, en adoptant un ordre croissant des puissances de 2 depuis la gauche vers la droite :

perles :	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14
Collier N°0 :	0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
Collier N°1 :	1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
Collier N°2 (2^1) :	0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
Collier N°3 :	1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
Collier N°4 (2^2) :	0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
Collier N°5 :	1 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
Collier N°6 :	0 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
Collier N°7 :	1 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
Collier N°8 (2^3) :	0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
Collier N°2^{n-k-1}	0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0
Collier N°2^{n-k-1} +1	1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0
Collier N°$2^{n-k-1}+2^{n-k-2}+2^{n-k-3}+.. +2^{n-k-k}+1$	1 0 0 0 0 0 0 0 1 1 1 0 0 0
Collier N°2^{n-k}-1	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 0 0 0
…..	
Collier N°2^{n-1}-1	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 0
… . .	
Collier N°2^n-1	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1

k=3 zéros

k=3 un

Configuration maximale à examiner

Comme le collier est bouclé sur lui-même la configuration du collier N°1 est identique à celle du N°2 et plus généralement à celle des N° 2^i. Celle du N°3 à celles des N° $3x2^i$, etc. La multiplication par 2 ayant pour effet de déplacer la configuration d'un cran vers la droite, tous les colliers de N° pair ont une configuration identique à celle d'un N° impair inférieur. ***Il est donc inutile d'examiner les configurations dont le N° est pair.***

Comme le choix de coder par 1 le bleu est arbitraire les deux configurations dont on a remplacé les 1 par des 0 et les 0 par des 1 sont identiques.Ainsi la configuration N° 2^n-1 est identique à la N°0, la N°2^{n-1}-1 == N°2^1-1, la 2^{n-k}-1 == N°2^k-1 sachant qu'on peut changer le sens de lecture (gauche ou droite). Si on cherche des configurations avec un minimum de k zéros de suite, il n'est pas nécessaire d'aller au dessus du Collier figuré en rouge ci-dessus.

Pour le modèle de Base

Pour diminuer le nombre de configurations à examiner on peut aussi tenir compte des résultats obtenus par J. Barbour, à savoir que la configuration qui a le plus de variété contient **une séquence longue de 0** entourée d'un coté du couple 1 1 0 ou 1 1 1 et d'autre part du couple 0 1, soit la configuration suivantes :

N = 11xx ..yy0100..00

En binaire, le premier nombre qui commence par 11 est le 7, les suivants (19, 27 ..) sont espacés de 4.

Cette constatation, si elle se confirme, permet de diviser par deux le nombre des calculs.

Pour n > 20 il semble que la **séquence longue de 0** soit au moins de taille 6, et le plus souvent de taille 7. Cela veut dire qu'on peut se limiter, dans un premier temps, à examiner les colliers inférieurs à 2^{n-7} voir 2^{n-8}

Mes propres calculs montrent qu'il semble **inutile de mener des comparaisons de voisinage au delà du rang 4 ou 5.** Cela s'explique par le fait que si deux perles ont des voisinages identiques longs, alors les perles voisines de ces boules héritent en partie de ces longs voisinages. La meilleur façon de minimiser la similitude totale est de minimiser les similitudes particulières, et non pas de compenser une similitude longue pas une courte.

Enfin il est inutile de commencer le calcul des colliers de n+1 perles par un numéro inférieur au numéro du premier collier gagnant de n perles. Je remarque aussi qu'à partir de n=13, **le premier collier gagnant** est de la forme :

N = 11xx ..yy010..0100..00

Avec au moins deux 0 avant le 1 qui précède la suite de zéros ; Il est donc au moins égal à $2^{n-1-8} + 2^{n-1-8-2} + 3$ si la longueur de la suite de zéros est de 8

Le dernier collier gagnant est inférieur à

N = 11xx ..yy110100..00

Il est donc inférieur à $2^{n-1-8} + 2^{n-1-8-2} + 2^{n-1-8-3} + 3$ si la longueur de la suite de zéros est de 8

Pour le modèle dit NucléoCollier de type 1

Comme pour le modèle de Base, les colliers gagnants sont de la forme :

N = 11xx ..yy0100..00

Sauf pour les colliers de 11,12,13 et 15 perles qui commencent par 1, ce qui a conduit à faire des investigations par pas de 2 et non de 4 jusqu'au collier de 23 perles pour lequel le résultats est le même par pas de 2 ou de 4.